

السؤال الأول : ( 20 علامة )

إذا كان  $f: E \rightarrow F$  إيزومورفيزم ترتيب وإذا كانت  $A \subseteq E$  تملك حد أعلى أصغري  $S$  في  $E$ ، فاثبت أن  $f(A)$  تملك عندئذ حد أعلى أصغري في  $F$  وهو  $f(S)$  أي أن  $\sup_F(f(A)) = f(\sup_E A)$ .

السؤال الثاني : ( 16 علامة )

لتكن  $E$  مجموعة ما ولتكن الشبكة  $(P(E), \subseteq)$ . نقول عن المجموعة الجزئية  $A$  من  $E$  بأنها منتهية التمام إذا كانت  $C_A$  منتهية. اثبت أن أسرة المجموعات المنتهية أو المنتهية التمام من  $E$  والتي نرمز لها بالرمز  $FC(E)$  تكون شبكة جزئية من  $P(E)$ .

السؤال الثالث : ( 16 علامة )

اثبت أنه في أي شبكة المرشحة التي تملك مولد منتهي تكون مرشحة أساسية.

السؤال الرابع : ( 32 علامة )

أ - أرسم مخطط للشبكة  $(D(60), |)$  ثم أذكر ثلاثة مرشحات وثلاثة مثاليات فيها وبين فيما إذا كانت أساسية ؟

ب - لتكن الشبكة  $E = \{1, 2, 3, 5, 30\}$  والمرتبطة بعلاقة يقسم، أرسم مخطط لهذه الشبكة ثم بين أنها ليست توزيعية.

ج - لتكن الشبكة  $\hat{E} = \{1, 2, 4, 5, 20\}$  المرتبطة بعلاقة يقسم. أوجد متمات العناصر  $2, 4, 5$ .

السؤال الخامس : ( 16 علامة )

إذا كان  $f$  إيزومورفيزم بولياني من  $A$  على  $B$ ، فاثبت أن تطبيقه العكسي  $f^{-1}$  يكون إيزومورفيزم بولياني من  $B$  على  $A$ .

جامعة البعث  
كلية العلوم  
قسم الرياضيات  
امتحان مقرر نظرية الشبكات  
لطلاب السنة الرابعة رياضيات - جبر  
الفصل الأول للعام الدراسي ٢٠١٤/٢٠١٥  
العلامة : ١٠٠  
المدة : ساعة ونصف  
اسم الطالب :

السؤال الأول : (١٥ علامة)

١- لتكن  $A = Q \cap [1, \sqrt{3}]$  مجموعة جزئية في  $Q$ . أوجد حد أعلى واحد والحد الأعلى الأصغري وحد أدنى واحد والحد الأدنى الأعظمي للمجموعة  $A$  (في حال وجودها وبفرض أن  $Q$  مجموعة الأعداد العادية والترتيب المعروف عليها الترتيب العادي المألوف)

ب- إذا كان  $f: E \rightarrow E$  هو  $v -$  مورفيزم من نصف الشبكة العليا  $(E, \leq)$  في نصف الشبكة العليا  $(E, \leq)$  فاثبت أن  $f$  متزايد.

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

اثبت أن مجموعة المرشحات الفعلية المرتبة بعلاقة الاحتواء تكون شبه استقرائية، ثم استنتج أن كل مرشحة فعلية تكون محتواة في مرشحة فعلية عظمى (فوق مرشحة).

السؤال الثالث : (١٥ علامة)

اثبت أن كل شبكة توزيعية هي شبكة معيارية ثم بين أن العكس غير صحيح.

السؤال الرابع : (١٥ علامة)

لتكن  $E$  شبكة متممة معيارية (أو توزيعية) فاثبت أنها متممة نسبياً.

السؤال الخامس : (١٥ علامة)

نقول عن مرشحة  $F$  أنها أولية إذا كان  $x \vee y = x$  إما  $x \in F$  أو  $y \in F$ ، لتكن  $E$  شبكة توزيعية و  $F$  فوق مرشحة فيها، فاثبت أن  $F$  أولية.

السؤال السادس : (١٠ علامات)

ليكن  $f$  ايزومورفيزم بولياني من  $A$  على  $B$  فاثبت أن تطبيقه العكسي  $f^{-1}$  يكون ايزومورفيزم بولياني من  $B$  على  $A$ .

السؤال السابع : (١٠ علامات)

ليكن  $A$  جبر بولياني و  $a, b$  عنصرين ثابتين في  $A$  ولتكن المعادلة  $ax + b = 0$  في  $A$  وبفرض أن حلول المعادلة السابقة تعطى بالمتراجحة المزدوجة  $b \leq x \leq a + b + 1$ ، فابعد حلول المعادلة  $35x + 5 = 0$  في  $D(210)$ .



جامعة البعث  
كلية العلوم  
قسم الرياضيات

المتحلى مقرر نظرية الشبكات  
تطبيقات النمذجة الرياضية رياضيات ( جبر )  
الفصل الثاني للعام الدراسي 2016/2015

اسم الطالب :  
العلامة : 100  
المدة : ساعة ونصف

السؤال الأول : ( 18 علامة )

أ - لنكن  $(\mathbb{R}, \leq)$  السلسلة العادية ولنكن  $A = [2, 3] \cup [4, 5]$  و  $B = [2, 3]$  ، والمطلوب : أوجد

$$\sup_{\mathbb{R}} B , \sup_A B , \sup_{\mathbb{R}} A$$

ب - أثبت أن أي مورفزم شبكة يكون تطبيقاً متراً ابتدئاً .

السؤال الثاني : ( 17 علامة )

أثبت أن المرشحات الفعلية في أي شبكة والمرتبطة بعلاقة الإحتواء تكون شبه إستقرائية .

السؤال الثالث : ( 20 علامة )

أ - برهن أن كل شبكة متممة وتوزيعية تكون متممة نسبياً .

ب - برهن أنه في أي شبكة توزيعية  $E$  ، إذا كان  $x, y, z \in E$  فإنه تتحقق المساواة :

$$(x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x) = (x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x)$$

السؤال الرابع : ( 10 علامات )

إذا كانت  $A$  حلقة بوليبلية و  $F$  مرشحة فعلية فيها ، فاثبت أن الشرط اللازم والكافي كي تكون  $F$  فوق مرشحة هو أن يكون من أجل أي  $x \notin F$  فإن  $x \in F$  .

السؤال الخامس : ( 15 علامة )

ليكن  $f: A \rightarrow B$  مورفزم بوليبلية من الحلقة البوليبلية  $A$  في الحلقة البوليبلية  $B$  ، أثبت أنه إذا كانت  $F$  مرشحة في  $B$  فإن  $f^{-1}(F)$  تكون مرشحة في  $A$  .

السؤال السادس : ( 20 علامة )

ليكن  $A$  جبر بوليبلية و  $a, b$  عنصرين ثابتين في  $A$  ، ولنكن المعادلة  $ax + b = 0$  في  $A$  .

أ - برهن أن المعادلة السابقة يكون لها حلول إذا وفقط إذا كان  $b \leq a$  .

ب - إذا كانت الحلول تعطى بالعلاقة  $b \leq x \leq a + b + 1$  أوجد حلول المعادلة  $70x + 10 = 0$  في

$D(210)$

المدة : ساعتان  
العلامة : 100  
اسم الطالب : صبيح أحمد الكبيسي

امتحان مقرر نظرية الشبكات  
لطلاب السنة الرابعة رياضيات - جبر  
الفصل الأول للعام الدراسي 2014/ 2013

جامعة البعث  
كلية العلوم  
قسم الرياضيات  
السؤال الأول : (10 علامات)

ليكن  $f: E \rightarrow F$  إيزومورفيزم ترتيب ولتكن  $A$  مجموعة جزئية من  $E$  تملك حد أدنى أعظمي  $I$  في  $E$  فاثبت أن  
 $f(I) = \inf_F (f(A)) = \inf_F (f(I))$  أي أن  $f(I)$  هو  $f(I)$  في  $F$  و  $f(I)$  تملك حد أدنى أعظمي في  $F$ .

السؤال الثاني : (15 علامة)

لتكن  $(E, \leq)$  شبكة وليكن  $a, b, c, d \in E$  فاثبت :

- (1) إذا كان  $a \leq b$  فإنه من أجل أي  $x$  من  $E$  يكون  $a \wedge x \leq b \wedge x$  ,  $a \vee x \leq b \vee x$
- (2) إذا كان  $a \leq b$  و  $c \leq d$  فإن  $a \wedge c \leq b \wedge d$  ,  $a \vee c \leq b \vee d$

السؤال الثالث : (15 علامة)

لتكن  $(E, \leq)$  شبكة فاثبت أن المرشحة  $F_G$  المولدة بالمجموعة الجزئية غير الخالية  $G$  من  $E$  هي مجموعة العناصر  
 $x$  من  $E$  التي تحقق الخاصية : يوجد عدد منته من عناصر  $G$  ولتكن  $a_1, a_2, \dots, a_n$  بحيث يكون

$$x \geq a_1 \wedge a_2 \wedge \dots \wedge a_n$$

السؤال الرابع : (15 علامة)

ارسم شبكة قواسم 60 أي  $D(60)$  ثم أوجد المرشحات  $F_2, F_3$  (أي المرشحات المولدة بالعناصر 2, 3) ثم المثالية  
 $I_{30}$  (أي المثالية المولدة بالعنصر 30).

السؤال الخامس : (15 علامة)

- (1) ارسم الشبكة  $D(20)$  ثم أوجد متممات العناصر 2, 4, 5 فيها.
- (2) ارسم الشبكة  $D(30)$  ثم أوجد متممات العناصر 2, 3, 5 فيها.

السؤال السادس : (15 علامة)

إذا كان  $f$  إيزومورفيزم بولياني من  $A$  على  $B$  فاثبت أن التطبيق العكسي  $f^{-1}$  يكون إيزومورفيزم بولياني من  $B$  على  $A$ .

السؤال السابع : (15 علامة)

ليكن  $A$  جبر بولياني و  $a, b \in A$  ولتكن المعادلة  $ax + b = 0$  في  $A$  فإذا كانت حلول المعادلة تعطى بالمترابحة  
المزدوجة  $1 + a + b \leq x \leq a + b$  فأوجد حلول المعادلة  $10x + 2 = 0$  في  $D(210)$  ثم تحقق من صحة الحلول.

د. عصام نسيم

حاصل في 1/21/ 2014



0

اسم الطالب:  
العلامة: 100  
المدة: ساعتان

امتحان مقرر نظرية الشبكات  
لطلاب السنة الرابعة رياضيات - شعبة الجبر  
الدورة الثالثة للعام الدراسي 2012/ 2013

جامعة البعث  
كلية العلوم  
قسم الرياضيات

السؤال الأول: (15 علامة)

لتكن  $E$  مجموعة مرتبة و  $B \subseteq A \subseteq E$ ، فثبت أن:  $\inf_B A \leq \inf_B B$  و  $\sup_B B \leq \sup_B A$ .

السؤال الثاني: (15 علامة)

لتكن  $(E, \leq)$  شبكة ويفرض أن  $a, b, c, d \in E$ ، فثبت أن:

$$a \wedge x \leq b \wedge x \text{ و } a \vee x \leq b \vee x \text{ يكون } E \text{ من أجل أي } x \text{ من } E$$

$$a \wedge c \leq b \wedge d \text{ و } a \vee c \leq b \vee d \iff c \leq d \text{ و } a \leq b$$

السؤال الثالث: (20 علامة)

لتكن  $F$  مرشحة فعلية في الشبكة  $E$ ، فثبت تكافؤ التضمينتين التاليين:

(1)  $F$  فوق مرشحة.

(2) من أجل أي  $x \in F$  توجد  $y \in F$  بحيث يكون  $x \wedge y = 0$ .

السؤال الرابع: (15 علامة)

نقول عن مرشحة  $F$  في الشبكة  $(E, \leq)$  أنها أولية إذا حققت  $(x \vee y \in F \implies x \in F \text{ or } y \in F)$  والمطلوب:

أثبت أنه في الشبكة التوزيعية كل فوق مرشحة تكون مرشحة أولية.

السؤال الخامس: (20 علامة)

أ - إذا كانت  $F$  مرشحة في الشبكة  $(Z, \leq)$  حيث  $Z$  مجموعة الأعداد الصحيحة و  $\leq$  علاقة الترتيب العادية، فثبت أن  $F$  أولية.

ب - أوجد جميع المرشحات الفعلية في الشبكة  $(D(20), |)$ .

ج - هل أن  $D(20)$  شبكة بول؟ شبكة توزيعية؟ شبكة معيارية؟

السؤال السادس: (15 علامة)

عرّف شبكة بول، ثم بَيِّنْ أنه إذا عرفنا عملية الجمع في شبكة بول  $A$  بالشكل:  $x + y = (x \wedge \bar{y}) \vee (\bar{x} \wedge y)$  فإنه يمكن أن نكتب أيضاً بالشكل:  $x + y = (x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})$ .

د. عصام نسيم

حمص في 20 / 8 / 2013



•

2.

⑧

 $\Leftarrow$ 

⑦

115

av

1a)

(a)

Бла

а) 1

bvd

av

12

C

 $a \pm$  $y =$ 

gef 01-



- وبالتالي فإن  $a \neq 0$  (مرفاً) ومنه فإن  $G$  تولد مرشحة
- (6) عملية  $F_4$  كما أن  $P \subseteq G \subseteq F_4$  وهذا يناقض أولية  $F$
- إذا كانت الخاتمة (2) محققة، فليكن  $x \in F$  و  $x \notin F'$ ، ليكن  $x \in F'$  و  $x \notin F$
- (8) توجد  $y \in F$  بحيث يكون  $x \cdot y = 0$ ، كما أن  $x$  و  $y$  يتبعان  $F$
- فهنا يؤدي إل أن  $F' \subseteq F$  وهذا يناقض كون  $F'$  مرشحة تولدة.

### السؤال الرابع: [15]

بفرض أن  $E$  شبكة توزيعية وأن  $F$  مرشحة فيها، وليكن  $x, y \in F$

ولنفرض أيضاً أن  $F$  ليست أولية أي أن  $x \notin F$  و  $y \notin F$

مع ملاحظة سابقة إذا كانت  $F$  تولد مرشحة فإن  $x \notin F$  و  $y \notin F$

يوجد عنصر  $x \in F$  بحيث يكون  $x \cdot x = 0$

(8) 
$$x \wedge (x \vee y) = (x \wedge x) \vee (x \wedge y) = 0 \vee (x \wedge y) = x \wedge y \in F$$

ولكن  $y \notin F$  و  $x \wedge y \in F$   $\Rightarrow y \in F$

وهذا تناقض، فالنظر الجدي فبالفرض أي أنه يجب أن يكون  $x \in F$

(7) وبالتالي فإن  $F$  أولية

### السؤال الخامس: [20]

١- بما أن  $(Z, \leq)$  شبكة توزيعية فبحسب السؤال الرابع فإن أي

مرشحة في  $P$  لها شكل أولية (لأن جميع المرشحات  $\leq$  فوق

مرشحات أي  $(Z, \leq)$ ) (7)

٢- المرشحات الفعلية هي  $D(20)$  هي  $\{2, 4, 20\}$  و  $\{4, 20\}$  و  $\{5, 20\}$

٣- الشبكة  $D(20)$  ليست معيارية وبالتالي فهي ليست توزيعية وليست

شبكة بول (6)

دورة المحاور الذرية لثلاثة عناصر - ص. ١٢  
الصفحة (٣١)

### السؤال السادس: [15]

- شبكة بول هي شبكة توزيعية ومنشعب

$$x+y = (x \wedge y') \vee (x' \wedge y) = [(x \wedge y') \vee x'] \wedge [(x \wedge y') \vee y] \quad (5)$$

$$= (x \vee x') \wedge (y' \vee x') \wedge (x \vee y) \wedge (y' \vee y) \quad (5)$$

$$= 1 \wedge (x' \vee y') \wedge (x \vee y) \wedge 1 = (x \vee y) \wedge (x' \vee y') \quad (5)$$

بج ١ / ٨ / ص. ١٢

د. هاشم نسيم

~~٤٥~~



الاسم:  
العلامة: 100  
المدة: ساعتان

امتحان مقرر نظرية الشبكات  
لطلاب السنة الرابعة رياضيات-شعبة الجبر  
الدورة الثالثة للعام الدراسي 2011 / 2012

جامعة البعث  
كلية العلوم  
قسم الرياضيات

السؤال الأول: (10 درجات) تكن  $E$  مجموعة مرتبة و  $B \subseteq A \subseteq E$  ثابتان:  $\sup_E B \leq \sup_E A$  و  $\inf_E A \leq \inf_E B$

السؤال الثاني: (15 درجة) تكن  $(E, \leq)$  شبكة وبفرض ان  $a, b, c, d \in E$  ثابتان ان:

- (1)  $a \leq b \iff a \wedge x \leq b \wedge x, a \vee x \leq b \vee x$  يكون  $E$  من أجل أي  $x$  من  $E$
- (2)  $a \wedge c \leq b \wedge d$  و  $a \vee c \leq b \vee d \iff c \leq d$  و  $a \leq b$

السؤال الثالث: (15 درجة) تكن  $E$  مجموعة غير منتهية ولكن الشبكة  $(\mathcal{P}(E), \subseteq)$  ثابتان ان  $\mathcal{P}(E)$  (مسرة المجموعات الجزئية من  $E$  المنتهية أو المنتهية التمام في  $E$ ) تكون شبكة جزئية من  $\mathcal{P}(E)$ .

السؤال الرابع: (15 درجة) بفرض ان كل من  $E$  و  $\bar{E}$  نصف شبكة عليا فثبت ان  $f$  يكون  $\vee$ -إيزومورفزم إذا وفقط إذا كان  $f$  إيزومورفزم ترتيب.

السؤال الخامس: (15 درجة) أثبت أنه في نصف الشبكة الدنيا  $E$  تكون مجموعة المرشحات القطعية المرتبة بعلاقة الاحتواء شبه إسترناوية.

السؤال السادس: (15 درجة) تكن  $(N^*, I)$  ولكن  $A$  مجموعة جزئية من  $N^*$  حيث  $A = \{2, 3, 6, 7, 9, 42\}$  وال مطلوب:

- (1) ارسم مخططاً تمثيلاً لتلك المجموعة.
- (2) هل ان  $(A, I)$  نصف شبكة عليا؟ ولماذا؟
- (3) هل ان  $(A, I)$  نصف شبكة دنيا؟ ولماذا؟
- (4) هل ان  $(A, I)$  شبكة؟ ولماذا؟
- (5) لوجد  $\inf_A(6, 7)$  و  $\inf_A(2, 7)$  و  $\sup_A(2, 7)$ .

السؤال السابع: (15 درجة) أثبت أنه في أي شبكة  $E$  ومن أجل أي ثلاثة عناصر منها  $x, y, z$  فإن المتراجنتين التاليين محققين

$$x \vee (y \wedge z) \leq (x \vee y) \wedge (x \vee z) \quad (2 \cdot x \wedge (y \vee z) \geq (x \wedge y) \vee (x \wedge z)) \quad (1)$$

لم تصحح مقدر نظرية الشكالات  
لطلاب السنة الرابعة رياضيات - الجبر  
الدورة الثالثة للعام الدراسي ٢٠١١/٢٠١٢

السؤال الأول: [10]

- بفرض أن  $S = \sup_E A$   $\Leftrightarrow S$  مرادف للمجموعة  $A$   $\nsubseteq B \subseteq A$   
 (5)  $\sup_E B \leq \sup_E A \Leftrightarrow \sup_E B \leq S \Leftrightarrow S$  مرادف للمجموعة  $B$

- بفرض أن  $I = \inf_E A$   $\Leftrightarrow I$  مرادف للمجموعة  $A$   $\nsubseteq B \subseteq A$   
 (5)  $\inf_E A \leq \inf_E B \Leftrightarrow I \leq \inf_E B \Leftrightarrow I$  مرادف للمجموعة  $B$

السؤال الثاني: [15]

- ليكن  $a \leq b \Leftrightarrow a \wedge b = a$   $\nsubseteq a \vee b = b$

$$(a \wedge x) \wedge (b \wedge x) = (a \wedge b) \wedge (x \wedge x) = a \wedge x \Rightarrow a \wedge x \leq b \wedge x$$

$$(a \vee x) \vee (b \vee x) = (a \vee b) \vee (x \vee x) = b \vee x \Rightarrow a \vee x \leq b \vee x \quad (8)$$

- ليكن  $a \leq b$   $\nsubseteq c \leq d \Leftrightarrow a \wedge c \leq b \wedge c$   $\nsubseteq b \wedge c \leq b \wedge d$

$$b \vee c \leq b \vee d \quad \nsubseteq a \vee c \leq b \vee c \quad \nsubseteq c \leq d \quad \nsubseteq a \leq b$$

السؤال الثالث: [15]

- إذا كانت  $A$  و  $B$  متباعدتان فإن  $A \cup B$  و  $A \cap B$  متباعدتان.





- لنفرض ان  $x \in F$  -

$x \in F_i$  و  $y \in F_j$  بالافتراض لذلك نأخذ  $F_i$  و  $F_j$  متماثلين

لأنه من أجل عدة الاستمرار فليكن  $F_i \subseteq F_j$  فنحن نأخذ (5)

يكون  $x \in F_j$  و  $y \in F_j$  و  $F_j$  مرشحة  $\Leftrightarrow x, y \in F_j$

$\Leftrightarrow x, y \in \bigcup_{i \in I} F_i = F$  وبالتالي فإن  $F$  مرشحة.

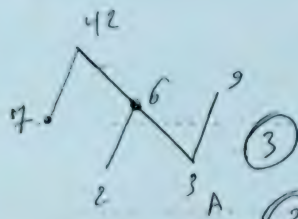
-  $F$  مرشحة قطعية لأنه من أجل أي  $i$  فإن  $F_i \neq \emptyset \Leftrightarrow$

$\bigcup_{i \in I} F_i = F$  وبالتالي فإن  $F$  قطعية.

ان  $F$  هو الحد الأعلى الأعزى للأسرة  $(F_i)_{i \in I}$  (حيث مجموعة

المرشحات النيلية، أي ان أسرة المرشحات النيلية تكون (5) شبه استقرائية.

السؤال السادس: [15]



(1) (2)  $(A, \leq)$  ليست هي شبكة ملية (3)

لأن  $7 \vee 9$  غير موجود في  $A$ .

(3)  $(A, \leq)$  ليست هي شبكة دنا لأن  $2 \wedge 7$  غير موجود (3)

(4)  $(A, \leq)$  ليست شبكة لأنها ليست هي شبكة ملية ولا دنا (3)

(5)  $\sup_A \{2, 7\} = 42$  غير موجود  $\inf_A \{2, 7\} = \emptyset$  غير موجود

$\inf_A \{6, 7\} = \emptyset$  غير موجود (3)



~~٢٧~~

السؤال السابق: [١٥]

$$١) x \wedge (y \vee z) \geq x \wedge z \text{ و } x \wedge (y \vee z) \geq x \wedge y \Rightarrow$$

$$x \wedge (y \vee z) \geq (x \wedge y) \vee (x \wedge z) \quad (٨)$$

$$٢) x \vee (y \wedge z) \leq x \vee y \text{ و } x \vee (y \wedge z) \leq x \vee z \Rightarrow$$

$$x \vee (y \wedge z) \leq (x \vee y) \wedge (x \vee z) \quad (٩)$$

## دورات محلات نظريات الشبكات

اسم الطالب:  
المتة: ساعتان  
العلامة: 100

إمجان مقور نظرية الشبكات  
لطلاب السنة الرابعة رياضيات - جبر  
الفصل الثاني للعام لدراسي 2012 / 2013

جامعة البعث  
كلية العلوم  
قسم الرياضيات

السؤال الأول: ( 15 علامة )

لنكن  $E$  نصف شبكة دنيا ، فثبت أن المرشحة التي تملك مولد منتهي تكون مرشحة أساسية ، ثم بين أنه في نصف الشبكة الدنيا المنتهية جميع المرشحات تكون أساسية.

السؤال الثاني: ( 20 علامة )

برهن أنه في أي شبكة  $(E, \leq)$  مزودة بقانوني تشكيل  $\wedge$  و  $\vee$  فإن الشرطين التاليين متكافئان:

$$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z) \quad (1)$$

$$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z) \quad (2)$$

السؤال الثالث: ( 15 علامة )

أذكر تعريف كل من الشبكة التوزيعية والشبكة المعيارية ، ثم أعط مثالا على شبكة معيارية ولكنها ليست توزيعية ومثالا على شبكة ليست معيارية .

السؤال الرابع: ( 15 علامة )

في الشبكة  $E$  نقول عن المرشحة  $F$  أنها أولية إذا كان  $x \vee y \in F \Rightarrow x \in F \text{ or } y \in F$  والمطلوب:

أثبت أنه في الشبكة التوزيعية كل فوق مرشحة تكون مرشحة أولية .

السؤال الخامس: ( 15 علامة )

أثبت تحقق قانوني دي مورغان في شبكة بول  $A$  أي أن:

$$(x \vee y)' = x' \wedge y' , (x \wedge y)' = x' \vee y' ; \forall x, y \in A$$

السؤال السادس: ( 20 علامة )

إذا كان  $A$  و  $B$  جبري بول و  $f$  تطبيق من  $A$  في  $B$  فلنذكر تعريف المورفيزم البولياني ثم أثبت تكافؤ القضايا التالية:

( 1 )  $f$  مورفيزم بولياني .

( 2 ) من أجل أي عنصرين  $x, y \in A$  فإن  $f(xy) = f(x)f(y)$  و  $f(x') = (f(x))'$  .

( 3 ) من أجل أي عنصرين  $x, y \in A$  فإن  $f(x \vee y) = f(x) \vee f(y)$  و  $f(x') = (f(x))'$  .

د. عصام نسيم

في 8 / 7 / 2013



سأ تصحح مقدر نظرية الشبكات  
للمنتدب السنة رابعة رياضيات (ج ب)  
الفصل الثاني للعام الدراسي ٢٠١٢/٢٠١٣

### السؤال الأول: [15]

لكل الرتبة  $F_G$  العزلة بالجموية النتهية  $G$ .

- إذا كانت  $G = \emptyset$  فإن  $F_G = \{1\} = F_1$  (3)

- إذا كانت  $G = \{a_1, \dots, a_n\}$  لنفرض أن  $\alpha = a_1 \wedge a_2 \wedge \dots \wedge a_n$

فمنه يكون  $F_G = F_\alpha$  (3)

• بفرض  $x \in F_\alpha \Leftrightarrow x \geq a_1 \wedge \dots \wedge a_n \geq \alpha \Leftrightarrow x \in F_G$  (3)

• بفرض  $x \in F_\alpha \Leftrightarrow \alpha \in F_G \nsubseteq x \geq \alpha \Leftrightarrow x \in F_G$  (3) منه  
تتبع السادة.

إذا كانت نصف الشبكة الدنيا منتهية فهي تلك مولد منتهى وبالتالي  
جميع مرشحاتها تكون أساسية. (3)

### السؤال الثاني: [20]

بفرض أن (1) محقة فإن:  
 $(x \vee y) \wedge (x \vee z) = [(x \vee y) \wedge x] \vee [(x \vee y) \wedge z]$  (5) <sup>محقة</sup>

$$= x \vee [(x \vee y) \wedge z] \quad \text{(5) النامية}$$

$$= x \vee (x \wedge z) \vee (y \wedge z) \quad \text{محقة}$$

$$= x \vee (y \wedge z) \quad \text{(5) النامية}$$

بفرض أن (2) محقة فإن:  
 $(x \wedge y) \vee (x \wedge z) = [(x \wedge y) \vee x] \wedge [(x \wedge y) \vee z]$  (5) <sup>محقة</sup>

$$= x \wedge [(x \wedge y) \vee z] \quad \text{(5)}$$

$$= x \wedge (x \vee z) \wedge (y \vee z)$$

$$= x \wedge (y \vee z) \quad \text{(5)}$$

3

المجموعة الثانية  
دورة العمل الثاني ٢٠١٩ - ٢٠١٨  
الصفحة (٢)

### السؤال الثالث: [15]

- تكون الشبكة  $E$  توزيعية إذا كان كل من القانونين  $\wedge$  و  $\vee$  يتقبل التوزيع على الأخر وهذا يكافئ القول بأن  $E$  تحقق أحد الشرطين (4) (أولاً) في السؤال السابق.
- نسي الشبكة  $E$  معيارية إذا كان من أجل أي ثنائية عناصر  $x, y, z \in E$  فإن الشرط التالي محقق  $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge z$   $\Rightarrow x \leq z$  (4)
- الشبكة  $E = \{1, 2, 3, 5, 30\}$  المرتبة بقدرة يتسم تكون معيارية (4) لكن ليست توزيعية.
- الشبكة  $E = \{1, 2, 4, 5, 20\}$  المرتبة بقدرة يتسم  $E$  ليست معيارية (3)

### السؤال الرابع: [15]

- بفرض أن  $E$  شبكة توزيعية وأن  $F$  فوه مرشحة فيها، وليكن  $x \vee y \in F$  ولنفرض جديلاً أن  $x \notin F$  و  $y \notin F$ .
- هنا مرشحة سابقة إذا كانت  $F$  فوه مرشحة من أجل أي  $x \notin F$  يوجد عنصر  $x_1 \in F$  بحيث يكون  $x \wedge x_1 = 0$  (8)

$$x \wedge (x \vee y) = (x \wedge x) \vee (x \wedge y) = 0 \vee (x \wedge y) = x \wedge y \in F$$

ولكن

$$y \notin F \text{ و } x \wedge y \leq y \Rightarrow x \wedge y \notin F$$

وهنا تناقض فالفرض الجدي خاطئ أي أنه يجب أن يكون إما

$$x \in F \text{ أو } y \in F \text{ أن } F \text{ أولية (7)}$$



١٥: الخامس:

$$(x \wedge y) \wedge (x' \vee y') = (x \wedge y \wedge x') \vee (x \wedge y \wedge y') = (0 \wedge y) \vee (x \wedge 0) \\ = 0 \vee 0 = 0 \quad (5)$$

$$(x \wedge y) \vee (x' \vee y') = (x \vee x' \vee y') \wedge (y \vee x' \vee y') = (1 \vee y') \wedge (x' \vee 1) \\ = 1 \wedge 1 = 1 \quad (5)$$

$$(x \wedge y)' = x' \vee y' \quad \text{ومن هنا يتبع أن}$$

$$(x' \wedge y')' = x \vee y \Rightarrow (x' \wedge y') = (x \vee y)' \quad (5)$$

السؤال السادس: 20

$$f(x') = f(x+1) = f(x) + f(1) = f(x) + 1 = (f(x))' \quad 1 \Rightarrow 2$$

(4)

$$2 \Rightarrow 3$$

$$\forall x, y \in A \Rightarrow x', y' \in A$$

$$f(x \vee y) = f(x' y')' = (f(x' y'))' = (f(x') f(y'))' \\ = (f(x'))' \vee (f(y'))' = f(x) \vee f(y) \quad (4)$$

$$3 \Rightarrow 1$$

$$\forall x, y \in A \Rightarrow x', y' \in A$$

$$f(xy) = f(x' \vee y')' = (f(x' \vee y'))' = (f(x') \vee f(y'))' \\ = (f(x'))' (f(y'))' = f(x) f(y) \quad (4)$$

$$f(x+y) = f[(x \wedge y') \vee (x' \wedge y)] = f(x \wedge y') \vee f(x' \wedge y) \\ = [f(x) \wedge f(y')] \vee [f(x') \wedge f(y)] \quad (4) \\ = [f(x) \wedge (f(y))'] \vee [(f(x))' \wedge f(y)] = f(x) + f(y)$$

$$f(1) = f(x \vee x') = f(x) \vee f(x') = f(x) \vee (f(x))' = 1 \quad (4)$$

جامعة البعث  
كلية العلوم  
قسم الرياضيات  
امتحان مقرر نظرية الشبكات  
لطلاب السنة الرابعة رياضيات-شعبة الجبر  
الفصل الأول للعام الدراسي 2012/2011  
الدرجة: 100  
المدة: ساعتان  
أجب على الأسئلة التالية:

السؤال الأول: (15 درجة)  
لتكن  $(E, \leq)$  مجموعة مرتبة بحيث أن  $A \subseteq F \subseteq E$  ، فأثبت أن:  
 $\inf_F A \leq \inf_E A$  و  $\sup_E A \leq \sup_F A$  (في حال وجود هذه الحدود الدنيا والعليا).

السؤال الثاني: (15 درجة)  
أثبت أن المرشحة التي تملك مولد منتهى في أي شبكة تكون أساسية.

السؤال الثالث: (20 درجة)  
لتكن  $F$  مرشحة فعلية ، فأثبت تكافؤ القضيتين التاليتين:  
(1)  $F$  فوق مرشحة .  
(2) من أجل أي  $x \in F$  ، توجد  $y \in F$  بحيث يكون  $x \wedge y = 0$  .

السؤال الرابع: (13 درجة)  
أرسم مخططاً تمثيلاً لشبكة قواسم 60 أي  $D(60)$  ثم أوجد جميع المثاليات فيها، وبين أي منها تكون أساسية ؟

السؤال الخامس: (12 درجة)  
أثبت أن كل شبكة توزيعية تكون معيارية ، ثم بين أن العكس ليس صحيحاً في الحالة العامة.

السؤال السادس: (13 درجة)  
لتكن الشبكتان  $E_1 = \{1, 2, 3, 5, 30\}$  و  $E_2 = \{1, 2, 4, 5, 20\}$  المرتبتان بعلاقة يقسم  
(1) أوجد متممات العناصر 2 و 5 في كل من الشبكتين .  
(2) هل أن  $E_1$  و  $E_2$  متممتين ؟

السؤال السابع: (12 درجة)  
لتكن  $E$  شبكة توزيعية ، فأثبت أنه  $\forall x, y, z \in E$  فإن:  
 $(x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x) = (x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x)$





سلم تصحيح مقرر نظرية الشكالات  
لطلبة السنة الرابعة رياضيات - جامعة الجزائر  
الفصل الأول للعام الدراسي ٢٠١١/٢٠١٢

### السؤال الأول: [15]

نفرض أن  $S' = \sup_F A$  عندئذ فإن  $S'$  تكون حداً أعلى للجموعة  $A$  في  $F$   
وبما أن  $F \subseteq E$  فإن  $S'$  ينتمي إلى  $E$  إذن  $S' \leq \sup_E A \leq \sup_F A \leq S'$   
وبكلمة مشابهة إذا كان  $I' = \inf_F A$  فإن  $I'$  هو حد أدنى للجموعة  $A$  في  $F$   
وبما أن  $F \subseteq E$  فإن  $I'$  ينتمي إلى  $E$  إذن  $I' \geq \inf_E A \leq \inf_F A \leq I'$

### السؤال الثاني: [15]

لكن المرشحة  $F_G$  الدالة بالجموعة الترتيبية  $G$   
- إذا كانت  $G = \emptyset$  فإن  $F_G = F_1 = F_3 = F_4$   
- إذا كانت  $G = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  لنفرض أن  
عندئذ يكون  $F_G = F_a$  لأن:  
• بفرض  $x \in F_a \Leftrightarrow x \geq a_1 \wedge \dots \wedge a_n \geq a \Leftrightarrow x \in F_G$   
• بفرض  $x \in F_G \Leftrightarrow x \geq a \wedge x \geq a_1 \wedge \dots \wedge a_n \Leftrightarrow x \in F_a$  ومنه نتج السادة

### السؤال الثالث: [20]

- لنكن  $F$  مجموعة مرشحة وبفرض أنه توجد  $x \notin F$  بحيث يكون  $x$  من أجل  $y$   
•  $y \in F, x \wedge y \neq 0$  ولنفرض أن  $G = F \cup \{x\}$  فإن  $G$  تكون  $\wedge$ -متوافقة  
وذلك لأن:

لكن  $a_1, a_2, \dots, a_n$  عناصر من  $G$  ولنفرض  $a = a_1 \wedge \dots \wedge a_n$

• إذا كانت جميع  $a_i$  تنتمي إلى  $F$  فإن  $a \in F$  وبالتالي  $a \neq 0$

• إذا كان مثلاً  $a_1 = x$  فإن  $a = x \wedge y$  حيث  $y = a_2 \wedge \dots \wedge a_n$

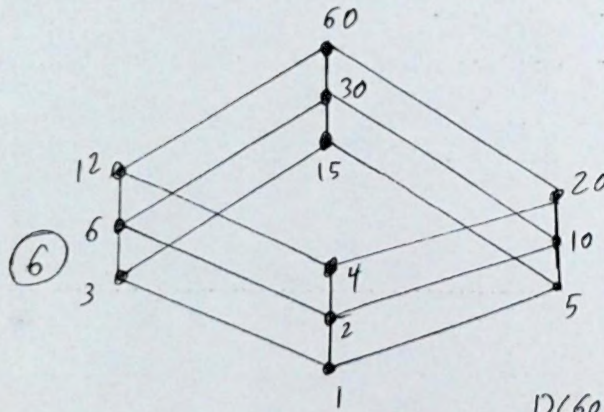
ان  $y \in F$  وبالتالي  $a \neq 0$  ومنه فإن  $G$  تولد مرشحة مغالية  $F_G$

١٢

دورة الفصل الأول ٢٠١١ - ٢٠١٢  
المسألة (٢١)

كما أن  $F \subsetneq G \subseteq F_G$  وهذا يناقض أن  $F$  مغلقة.  
- إذا كانت الخاصية ٢ محقة، لنفرض بأنه توجد مرشحة مغلقة  $F'$  بحيث  
يكون  $F \subsetneq F'$ ، ولكي  $x \in F'$  و  $x \notin F \Leftrightarrow$  توجد  $y \in F$  لا يمكن أن يكون  
 $xy = 0$ ، كما أن  $x$  و  $y$  يتبعان إلى  $F'$  فهذا يؤدي إلى أن  $0 \in F'$   
وهذا يناقض كون  $F'$  مرشحة مغلقة. (١٠)

السؤال الرابع: ١٣



الشياخات في  $D(60)$

$$I_2 = \{1, 2\}, \quad I_3 = \{1, 3\}, \quad I_5 = \{1, 5\}, \quad I_6 = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$I_4 = \{1, 2, 4\}, \quad I_{10} = \{1, 2, 5, 10\}, \quad I_{12} = \{1, 2, 3, 6, 4, 12\}$$

$$I_{20} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}, \quad I_{15} = \{1, 3, 5, 15\}, \quad I_{30} = \{1, 2, 3, 6, 10, 15, 30\}$$

$$I_{60} = D(60) \quad (6)$$

جميع الشياخات أولية لأن  $D(60)$  منزيجة. (١)



السؤال الخامس: 12

لكل  $(E, \wedge)$  شبكة توزيعية وبفرض أن  $x, y, z$  عناصر اختيارية من  $E$  فيكون:

$$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$$

فإذا كان  $x \leq z$  فإن  $x \vee z = z$  ومنه

$$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge z$$

والسؤال التالي فإن  $E$  تكون معيارية العكس ليس صحيحاً في الحالة العامة لأنه في الشبكة (6)

$E' = \{1, 2, 3, 5, 30\}$  الرتبة بعلامة يقع ليست توزيعية

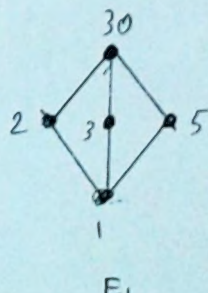
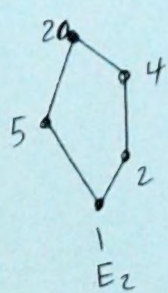
$$\left. \begin{aligned} 2 \wedge (3 \vee 5) &= 2 \wedge 30 = 2 \\ (2 \wedge 3) \vee (2 \wedge 5) &= 1 \vee 1 = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2 \wedge (3 \vee 5) \neq (2 \wedge 3) \vee (2 \wedge 5)$$

بنيًا هي معيارية فكل سبيل المثال  $2 < 30$

$$\left. \begin{aligned} 2 \vee (5 \wedge 30) &= 2 \vee 5 = 30 \\ (2 \vee 5) \wedge 30 &= 30 \wedge 30 = 30 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2 \vee (5 \wedge 30) = (2 \vee 5) \wedge 30$$

ونلاحظ أن قاعدة المعيارية محققة في أول جميع عناصر  $E'$

السؤال السادس: 13



- (1) قسم 2 في  $E_1$  هما 5 و 30
- (2) قسم 5 في  $E_1$  هما 2 و 3
- (3) قسم 2 في  $E_2$  هو 5
- (4) قسم 5 في  $E_2$  هما 2 و 4
- (5) كل من  $E_1$  و  $E_2$  متتبعين (1)

نلاحظ أيضاً:

$$\begin{aligned} (x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x) &= \\ [(x \vee (y \wedge z)) \vee (z \wedge x)] \wedge (y \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x)) &= \\ [(x \vee (y \wedge z)) \wedge (y \vee (z \wedge x))] \vee (y \vee (z \wedge x)) &= \\ (x \vee y) \wedge (x \vee z) \wedge (y \vee z) \wedge (y \vee x) &= \\ (x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x) &= \end{aligned}$$

امتحانات مقبول نظرية الشبكات  
للطلاب السنة الرابعة غير  
الفضل الأول ٢٠١٤/٢٠١٥

[illegible]

السؤال الثاني:

أثبت أن أسرة العذبات الشهية أو الشهية الشام للصورة  $E$  أو  $FC(E)$  هي  
 عائلة جزئية من  $P(E)$

لنكن  $f: E \rightarrow E'$  دالة من مجموعة  $E$  الى مجموعة  $E'$  (10 عناصر)  $\sigma$   
 ان  $f$  تكون  $\pi$  - ايزومورفزم اذا وعطا اذا كان  $f$  ايزومورفزم عكسي.  
 اثبت ان  $\sigma$  (10 عناصر)  $\pi$  - ايزومورفزم

أثبت أن كل متتالية من الأعداد الحقيقية الموجبة  
التي لا تتجاوز 10 (أعدادها) 20 10  
تحتوي على عدد من الأعداد الأولية لا يتجاوز 10 (أعدادها) 20 10

إذا كان  $f$  المتصور في  $A$  على  $B$  ثابتاً فإن الطبيعة العكسية  $f$  يمكن  
المتصور في  $B$  على  $A$ .

$20 \text{ (max 10)} = \frac{\dots}{\dots}$

أثبت أن الشرط لازم. الكافي كى يكون I متباينة عظمى هو أن تكون I خود مرشحة  
الـ 4. I' = \begin{pmatrix} I \\ A \end{pmatrix}

21  $I' = \begin{bmatrix} I \\ A \end{bmatrix}$  (2005) الزوايا

ليكن  $A$  جبر هوبلياني و  $a, b$  عنصرين ثابتين في  $A$  ولكي المعادلة  $A \ni x \text{ t.m. } ax+bx=0$

(1) يصدق ان المعادلة الخطية يكون لها حل اذا وفقط اذا كان  $b \leq a$

(2) اذا كان  $a \leq b$  فليكن  $x$  حلا للمعادلة  $ax+bx=0$  فليكن  $y$  حلا للمعادلة  $ay+by=0$  فليكن  $z$  حلا للمعادلة  $az+bz=0$  فليكن  $w$  حلا للمعادلة  $aw+bw=0$  فليكن  $v$  حلا للمعادلة  $av+bv=0$  فليكن  $u$  حلا للمعادلة  $au+bu=0$  فليكن  $t$  حلا للمعادلة  $at+bt=0$  فليكن  $s$  حلا للمعادلة  $as+bs=0$  فليكن  $r$  حلا للمعادلة  $ar+br=0$  فليكن  $q$  حلا للمعادلة  $aq+bq=0$  فليكن  $p$  حلا للمعادلة  $ap+bp=0$  فليكن  $m$  حلا للمعادلة  $am+bm=0$  فليكن  $n$  حلا للمعادلة  $an+bn=0$  فليكن  $k$  حلا للمعادلة  $ak+bk=0$  فليكن  $j$  حلا للمعادلة  $aj+bj=0$  فليكن  $i$  حلا للمعادلة  $ai+bi=0$  فليكن  $h$  حلا للمعادلة  $ah+bh=0$  فليكن  $g$  حلا للمعادلة  $ag+bg=0$  فليكن  $f$  حلا للمعادلة  $af+bf=0$  فليكن  $e$  حلا للمعادلة  $ae+be=0$  فليكن  $d$  حلا للمعادلة  $ad+bd=0$  فليكن  $c$  حلا للمعادلة  $ac+bc=0$  فليكن  $b$  حلا للمعادلة  $ab+bb=0$  فليكن  $a$  حلا للمعادلة  $aa+ba=0$  فليكن  $0$  حلا للمعادلة  $0a+0b=0$

(2) إذا كان  $a \leq b$  برهان  
 نعتبر  $a \leq b$  فإن جميع حلول البرهان السابقة  $b \leq a + b + 1$

$6x + 2 = 0$  (3)  $\Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

د. یحیٰٰہ نسیم

C.14 / 1/5 2.50